1-р хэсэг. **Сорил 12-А**

1. Хоёр хотын хоорондох 626 км зайг 1 : 5000000 масштабтай газрын зурагт хэдэн см-ээр зурах вэ?

A. ≈ 125.2см B. ≈ 12.52см C. ≈ 1.252см D. ≈ 15.22см E. ≈ 25.04см

Бодолт.

$$1\text{ км} = \underbrace{1000}_{10^3}\text{м} = 10^3 \cdot \underbrace{100\text{см}}_{\text{м}} = 10^5\text{см}$$

Эндээс хоёр хотын хоорондох зайг сантиметрээр илэрхийлвэл

$$626\text{км} = 62600000\text{см}$$

болно. Одоо масштабаар хувиргая.

$$\frac{62600000}{5000000} = \frac{313}{25} \approx 12.52\text{см}$$

2. Арифметик прогрессийн $a_{14} = 4$, $a_{16} = \frac{1}{7}$ бол a_{15} гишүүнийг олоорой.

A. $\frac{2}{7}$ B. $\frac{29}{7}$ C. $\frac{29}{14}$ D. $\frac{27}{14}$ E. $\frac{27}{7}$

Бодолт. Арифметик прогрессийн дараалсан гурван гишүүний голын гишүүн нь захын хоёр гишүүнийхээ дундажтай тэнцүү байдаг. Иймд

$$a_{15} = \frac{a_{14} + a_{16}}{2} = \frac{4 + \frac{1}{7}}{2} = \frac{4 + \frac{1}{7}}{2} = \frac{29}{14}$$

байна.

3. $z = 8 - i$ ба $w = 1 - 9i$ тоонууд өгөгдөв. $-4z - w$ илэрхийллийг $a + bi,\ a, b \in \mathbb{R}$ хэлбэрт бичээрэй.

A. $-33 + 13i$ B. $9 - 10i$ C. $-36 + 40i$ D. $36 - 40i$ E. $-31 - 13i$

Бодолт. Комплекс тоог бодит тоогоор үржүүлэхдээ бодит хэсэг хуурмаг хэсгүүд тус бүрийг уг тоогоороо үржүүлдэг. Иймд

$$-4z - w = -4(8 - i) - (1 - 9i) =$$

$$= -32 + 4i - 1 + 9i = (*)$$

болно. Комплекс тоонуудыг хооронд нь нэмэхдээ бодит хэсгүүдийг хооронд нь, хуурмаг хэсгүүдийг хооронд нь нэмдэг.

$$(*) = -32 - 1 + 4i + 9i = -33 + 13i.$$

$\boxed{4.}$ Морьтой хүн нэг цагт 45 км явдаг. Дугуйтай хүн нэг цагт 28 км явдаг. Хоёр айлаас морьтой болон дугуйтай хүмүүс уулзалдахаар нэгэн зэрэг утгалцан гарчээ. Гарснаас хойш 5 цаг явсны дараа уулзалдах хүртэл 12 км дутуу байв. Хоёр айлын хоорондох зайг олоорой.

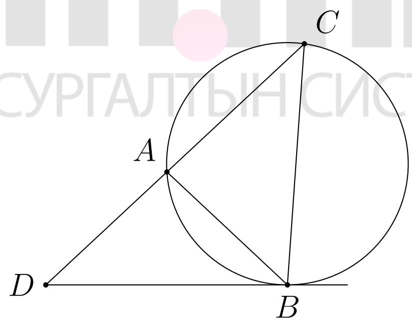
A. 365км B. 292км C. 304км D. 421км E. 377км

Бодолт. Хоёр хүн нэг цаг тутамд 45км+28км=73км-ээр ойртоно. 5 цаг явсны дараа тэдний туулсан нийт замын урт 73км/ц · 5ц = 365км болох бөгөөд дутуу байгаа 12 км замаа нэмбэл айлуудын хоорондох зай гарна.

$$365\text{км} + 12\text{км} = 377\text{км}.$$

$\boxed{5.}$ O цэг төвтэй тойргийн гадна орших D цэгээс тойрогт DB шүргэгч, DC огтлогч татав. $\angle ACB = 43°$, $\angle CAB = 86°$ бол $\angle ADB$ өнцгийг ол.

A. 45° B. 36° C. 40° D. 43° E. 32°



Бодолт. Багтсан өнцөг тулсан нумынхаа хагастай тэнцүү. Мөн шүргэгч ба хөвчөөр үүсэх өнцөг хашигдсан нумынхаа хагасаар хэмжигдэнэ. Энэ өгүүлбэрээр

$$\angle ACB = \frac{\breve{AB}}{2} = \angle ABD = 43°$$

байна. Гадаад өнцгийн тухай теоремоор

$$\angle ADB = \angle BAC - \angle ABD = 86° - 43° = 43°$$

байна.

6. $a,\ b,\ c$ нь дараалсан сондгой бүхэл тоонууд байг. $a < b < c$ байв. Дараах илэрхийллийн утгыг олоорой.

$$\frac{(b-a)\cdot(b-c)}{(a-c)}$$

A. 1 B. -1 C. 2 D. -4 E. -2

Бодолт. Дараалсан сондгой тоонууд тул $b = a+2$, $c = b+2 = a+4$ байна. Иймд

$$\frac{\overbrace{(b-a)}^{2}\cdot\overbrace{(b-c)}^{-2}}{\underbrace{(a-c)}_{-4}} = \frac{2\cdot(-2)}{-4} = 1.$$

7. $x - 8y = -3$ ба $2x - 9y = 5$ хоёр шулууны огтлолцлын цэгийг дайрсан Oy тэнхлэгтэй параллель шулууны тэгшитгэлийг бич.

A. $y = \frac{11}{7}$ B. $x = \frac{67}{7}$ C. $x = \frac{11}{7}$ D. $y = \frac{67}{7}$ E. аль нь ч биш

Бодолт. Өгөгдсөн хоёр шулууны огтлолцлын цэгийг олохын тулд

$$\begin{cases} x - 8y = -3 \\ 2x - 9y = 5 \end{cases}$$

системийг бодох хэрэгтэй. Уг системийн шийд нь $x = \frac{67}{7},\quad y = \frac{11}{7}$ гэж олдоно. $\left(\frac{67}{7}, \frac{11}{7}\right)$ цэгийг дайрсан Oy тэнхлэгтэй параллель шулуун гэдэг нь $x = \frac{67}{7}$ юм.

8. $f(x) = x^2 + px + 14$ олон гишүүнт хэдэн хос натурал язгууртай байж болох вэ?

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4 E. 5

Бодолт. Виетийн теоремоор $x_1x_2 = 14$ байх ёстой. Язгуурууд нь натурал тул $(1, 14)$, $(2, 7)$ буюу 2 хос натурал шийдтэй.

9. $f(x) = \frac{4x^2 + 4x + 8}{x - 5}$ функцийн хувьд $f'(-2) =$?.

A. $\frac{68}{14}$ B. $\frac{68}{7}$ C. $\frac{34}{49}$ D. $\frac{34}{7}$ E. $\frac{68}{49}$

Бодолт. Эхлээд функцийн уламжлалаа ольё. Ноогдворын уламжлалын дүрмээр

$$\frac{(4x^2+4x+8)'(x-5) - (4x^2+4x+8)(x-5)'}{(x-5)^2} =$$

$$= \frac{(8x+4)(x-5)-(4x^2+4x+8)\cdot(1)}{x^2-10x+25} =$$
$$= \frac{8x^2-36x-20-4x^2-4x-8}{x^2-10x+25} =$$
$$= \frac{4x^2-40x-28}{x^2-10x+25}$$

болох бөгөөд эндээс $f'(-2) = \dfrac{68}{49}$ байна.

$\boxed{10.}$ $\dfrac{2m+y}{2m+9y} = -8y$ тэнцэтгэлээс m-г y-ээр илэрхийлээрэй.

A. $m = \dfrac{72y^2+y}{2+16y}$ B. $m = \dfrac{72y^2-y}{2+16y}$ C. $m = -\dfrac{72y^2+y}{2+16y}$
D. $m = -\dfrac{72y^2+y}{16y-2}$ E. $m = \dfrac{72y^2+y}{16y-2}$

Бодолт. Эхлээд рационалиас чөлөөлөхийг тулд тэнцэтгэлийн хоёр талыг $2m+9y$-ээр үржүүлье.

$$2m + y = -16my - 72y^2$$

Одоо m оролцсон гишүүдийг тэнцүүгийн тэмдгийн зүүн талд, m оролцоогүй гишүүдийг тэнцүүгийн тэмдгийн баруун талд ялгая.

$$2m + 16my = -72y^2 - y$$

болно. Одоо m-г хаалтнаас гаргавал

$$m(2+16y) = -72y^2 - y$$

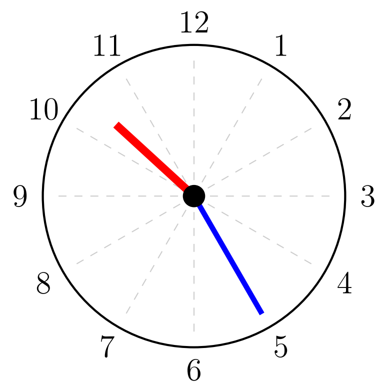
болох бөгөөд хоёр талыг $2+16y$-д хуваавал

$$m = -\frac{72y^2+y}{2+16y}$$

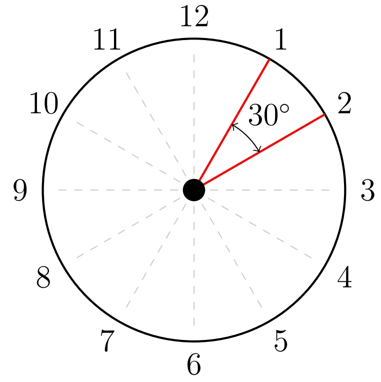
болно.

$\boxed{11.}$ Ханын цаг $10:25$ болох үед минут болон цагийн зүүний хооронд хэдэн градусын өнцөг үүсэх вэ?

A. $162.5°$ B. $152.5°$ C. $160°$ D. $165°$ E. $170°$



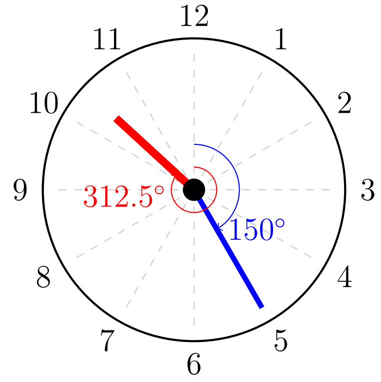
Бодолт. Эхлээд дараалсан хоёр цагийн хоорондох өнцөг $\dfrac{360^\circ}{12} = 30^\circ$ байна гэдгийг тодорхойльё. Доорх зурагт хоёр улаан хэрчмүүдийн хоорондох өнцөг 30° тодорхой харууллаа.



Иймд $12:00$ цагаас эхлээд тооцвол минутын зүү 5 минут дутам 30° эргэнэ. Эндээс 25 минутад $\dfrac{25}{5}\cdot 30^\circ = 150^\circ$ эргэнэ. Харин цагийн зүү нэг цагт 30° эргэх тул 10 цагт $10\cdot 30^\circ = 300^\circ$, дахиад 25 миунт (1 цагийн $\dfrac{5}{12}$ хэсэг) буюу $\dfrac{5}{12}\cdot 30^\circ = 12.5^\circ$ өнцөг нэмэж эргэнэ. Нийтдээ 312.5° өнцөг эргэнэ. Эндээс цагийн зүү болон минутын зүүний хоорондох өнцгийн хэмжээ

$$312.5^\circ - 150^\circ = 162.5^\circ$$

байна.



$\boxed{12.}$ $\left(1-\dfrac{1}{2^2}\right)\left(1-\dfrac{1}{3^2}\right)\cdots\left(1-\dfrac{1}{56^2}\right)$ үржвэрийн утгыг олоорой.

A. $\dfrac{57}{56}$ B. $\dfrac{57}{112}$ C. $\dfrac{56}{57}$ D. $\dfrac{56}{114}$ E. $\dfrac{114}{112}$

Бодолт. Дурын натурал k тооны хувьд

$$1-\frac{1}{k^2} = \frac{k^2-1}{k^2} = \frac{(k-1)(k+1)}{k\cdot k}$$

байна. Энэ томьёогоор үржигдэхүүн тус бүрийг хувиргавал

$$\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{56^2}\right)=$$

$$=\frac{1\cdot 3}{2\cdot 2}\cdot\frac{2\cdot 4}{3\cdot 3}\cdot\frac{3\cdot 5}{4\cdot 4}\cdot\frac{4\cdot 6}{5\cdot 5}\cdot\ldots\cdot\frac{54\cdot 56}{55\cdot 55}\cdot\frac{55\cdot 57}{56\cdot 56}$$

болно. Ижил өнгөөр тэмдэглэгдсэн тоонууд хураагдаад алга болохыг ойлгож авбал уг илэрхийлэлд зөвхөн дараах хоёр үржигдэхүүн үлдээд

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{57}{56}=\frac{57}{112}$$

болно.

13. $D=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$ ба $E=\{1,\ 2,\ 3\}$ олонлог дээр тодорхойлогдсон $f:D\to E$ функц хэд байх вэ?

A. 27 B. 12 C. 64 D. 81 E. 6

Бодолт. D олонлогийн элемент бүрийг E олонлогын элемент бүрд харгалзуулах 3 боломж бий. D олонлог 4 элементтэй тул нийтдээ $3^4=81$ боломжтой.

14. $\overrightarrow{a}(9\lambda,4)$ ба $\overrightarrow{b}(3,-11)$ векторууд коллинеар (параллель) бол $33\lambda+5$-н утгыг олоорой.

A. -4 B. 5 C. -2 D. 3 E. 1

Бодолт. Хоёр вектор коллинеар бол тэдгээрийн харгалзан координатууд порпоциональ байна. Өөрөөр хэлбэл, $\dfrac{x_1}{x_2}=\dfrac{y_1}{y_2}$ байна. Иймд,

$$\frac{9\lambda}{3}=\frac{4}{-11}\Rightarrow\lambda=-\frac{4}{33}$$

гэдгээс $33\lambda+5=-4+5=1$ байна.

15. $y=x^2-x-2$ парабол ба $y=(-5-k)x-3$ шулуун ялгаатай 2 цэгээр огтлолцдог байх k параметрийн бүх утгыг ол.

A. $(-\infty,-6]\cup[-2,\infty)$ B. $(-\infty,-2)\cup(6,\infty)$ C. $(-\infty,-2]\cup[6,\infty)$ D. $(-\infty,-6)\cup(-2,\infty)$ E. $(-6,-2)$

Бодолт. Эдгээр функцүүд хоёр цэгээр огтлолцоно гэдэг нь

$$x^2-x-2=(-5-k)x-3$$

$$x^2+(k+4)x+1=0$$

тэгшитгэл хоёр бодит шийдтэй байх ёстой гэсэн үг юм. Квадрат тэгшитгэл хоёр бодит шийдтэй байхын тулд дискреминант нь тэгээс их байх буюу

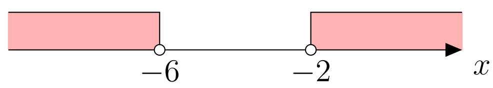
$$(k+4)^2-4\cdot(1)\cdot(1)>0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow k^2 + 8k + 12 > 0$$

тэнцэтгэл бишийг бодох бодлогод шилжинэ. Тэнцэтгэл бишийн баруун талыг үржигдэхүүн болгон задлаад интервалын аргаар бодвол

$$(k+2)(k+6) > 0 \Rightarrow$$

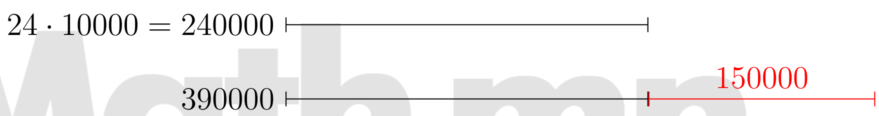
$$\Rightarrow k \in (-\infty, -6) \cup (-2, \infty)$$



16. Ахын түрүүвчинд 10000 болон 20000-тын 24 мөнгөн дэвсгэрт байв. Нийтдээ 390000 төгрөг байсан бол 10000тын дэвсгэрт хэдэн ширхэг байсан бэ?

A. 8 B. 9 C. 12 D. 13 E. 15

Бодолт. Хэрвээ бүх дэвсгэртийг 10000тын дэвсгэрт байсан гэвэл нийтдээ $24 \cdot 10000 = 240000$ төгрөг гэж гарна. Энэ нь 390000 төгрөгөөс 150000 төгрөгөөр бага байна.



Энэ зөрүү нь 20000 төгрөг бүрийг 10000 төг гэж тооцсноос буюу 10000 төг дутуу тооцсноос үүссэн дүн юм. Иймд 150000 зөрүүг 10000-д хуваавал хорин мянгатын дэвсгэртийн тоо гарна. $150000 : 10000 = 15$ хорин мянгат, $24 - 15 = 9$ ширхэг арван мянгат байсан.

17. $\dfrac{0.(4) + 0.(6)}{0.(1) + 0.(5)} \cdot \dfrac{1}{7}$ илэрхийллийг хялбарчилж, утгыг олоорой.

A. $\frac{5}{21}$ B. $\frac{10}{3}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{42}$ E. $\frac{11}{42}$

Бодолт. $0.(4) = \dfrac{4}{9}$, $0.(6) = \dfrac{2}{3}$, $0.(1) = \dfrac{1}{9}$, $0.(5) = \dfrac{5}{9}$ тул

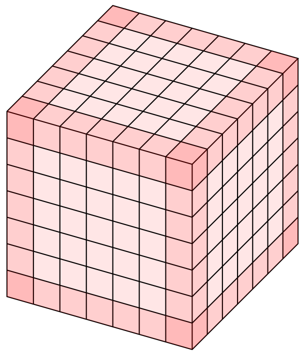
$$\frac{0.(4) + 0.(6)}{0.(1) + 0.(5)} = \frac{\frac{4}{9} + \frac{2}{3}}{\frac{1}{9} + \frac{5}{9}} = \frac{\frac{10}{9}}{\frac{2}{3}} = \frac{5}{3}$$

болно. Одоо үржих үйлдлээ гүйцэтгэвэл $\dfrac{5}{3} \cdot \dfrac{1}{7} = \dfrac{5}{21}$ болно.

18. Бүх тал нь будагтай кубийг 343 ширхэг тэнцүү кубэд хуваав. Эдгээрээс санамсаргүй нэгийг сонгоход яг нэг тал нь будагтай куб таарах магадлалыг олоорой.

A. $\frac{100}{343}$ B. $\frac{25}{216}$ C. $\frac{15}{36}$ D. $\frac{150}{343}$ E. $\frac{121}{216}$

Бодолт. Кубыг 343 ширхэг тэнцүү кубэд хуваахын тулд талс бүрийг 7 тэнцүү хуваах хавтгайнуудаар зүсэх хэрэгтэй.



Талс бүр дээрх 5×5 квадратад харгалзах кубуудын яг нэг тал нь будагтай байна. Өөрөөр хэлбэл нийт

$$6 \times 5^2 = 150$$

ширхэг жижиг кубийн яг нэг тал нь будагтай. Иймд бидний олох магадлал

$$P(A) = \frac{150}{343}$$

$\boxed{19.}$ $f(x) = -6x - 7$ ба $g(x) = \dfrac{x-7}{-8x+7}$ бол $g \circ f(x)$ функцийг тодорхойл.

A. $-\dfrac{6x-14}{48x+63}$ B. $\dfrac{x+14}{48x+63}$ C. $-\dfrac{6x+14}{48x+63}$ D. $-\dfrac{3x+7}{8x+9}$ E. $\dfrac{3x-7}{8x+9}$

Бодолт. $g \circ f(x)$ буюу $g(f(x))$ функц нь

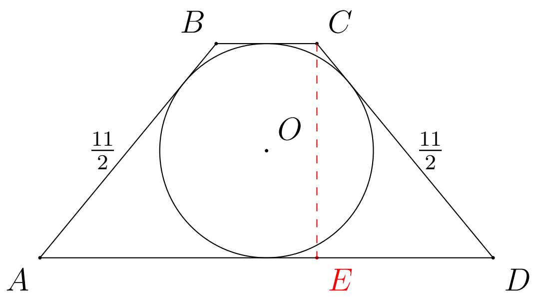
$$g(f(x)) = \frac{f(x)-7}{-8f(x)+7} = \frac{-6x-7-7}{-8(-6x-7)+7} =$$

$$= \frac{-6x-14}{48x+56+7} = -\frac{6x+14}{48x+63}$$

$\boxed{20.}$ 2 ба 9 суурьтай тойрог багтаадаг адил хажуут трапецад багтсан тойргийн радиусыг ол.

A. $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ B. $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ C. $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$ D. $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ E. $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

Бодолт. Тойрог багтаасан дөрвөн өнцөгтийн эсрэг орших талуудын нийлбэр тэнцүү байдаг. Иймд $AB + CD = 2 + 9 = 11$ байх бөгөөд бодлогын нөхцөлд адил хажуут гэж өгсөн тул хажуу талууд нь $AB = CD = \dfrac{11}{2}$ байна.



C оройгоос AD талд буусан өндрийн суурийг E гэвэл $ED = \dfrac{AD - BC}{2} = \dfrac{7}{2}$ гэдгээс пифагорын теоремоор

$$CE^2 = CD^2 - ED^2 = \left(\frac{11}{2}\right)^2 - \left(\frac{7}{2}\right)^2 = 18 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CE = 3\sqrt{2}$$

болно. Энэ нь багтсан тойргийн диаметртэй тэнцүү тул бидний олох радиус $r = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ гэж гарна.

$\boxed{21.}$ Хэрэв $A = \begin{pmatrix} -5 & 5 \\ -9 & -8 \end{pmatrix}$ ба $B = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$ бол $XA = B$ матрицан тэгшитгэлийг бодож, X матрицын тодорхойлогчийг олоорой.

A. $\dfrac{7}{85}$ B. $\dfrac{21}{65}$ C. $\dfrac{21}{85}$ D. $\dfrac{7}{65}$ E. $\dfrac{7}{85^2}$

Бодолт. A матрицын урвууг A^{-1} гээд тэнцэтгэлийн хоёр талыг баруун талаас нь A^{-1}-р үржүүлвэл

$$X \underbrace{A \cdot A^{-1}}_{E} = B \cdot A^{-1}$$

$$\underbrace{XE}_{X} = BA^{-1}$$

буюу $X = BA^{-1}$ болж X матриц олдоно. Иймд A^{-1}-г олъё. $\det A = 85$ тул $A^{-1} = \dfrac{1}{85}\begin{pmatrix} -8 & -5 \\ 9 & -5 \end{pmatrix}$ байх тул

$$X = BA^{-1} = \frac{1}{85}\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -8 & -5 \\ 9 & -5 \end{pmatrix} = \frac{1}{85}\begin{pmatrix} 39 & -50 \\ 24 & 15 \end{pmatrix}$$

болно. Энэ матрицын тодорхойлогчийг шууд олвол

$$\det X = \frac{(39)\cdot(15) - (-50)\cdot(24)}{(\det A)^2} = \frac{21}{85}$$

байна. Эсвэл $\det(AB) = \det(A) \cdot \det(B)$ томьёоыг ашиглаад $XA = B$ нөхцөлөөс $\det X = \det B : \det A$ буюу

$$\det X = 21 \cdot \frac{1}{85} = \frac{21}{85}$$

гэж олох боломжтой.

$\boxed{22.}$ $x \leq m$ үед $f(x) = -8x^2 - 8x - 41$ гэж тодорхойлогдсон функц харилцан нэг утгатай бол m-ийн хамгийн их уттыг олоорой.

A. $-\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. -4 E. 4

Бодолт. $f(x) = -8x^2 - 8x - 41$ параболын оройн цэгийн абсцисс нь $x_0 = -\dfrac{b}{2a}$ томьёогоор

$$x_0 = -\frac{-8}{2 \cdot (-8)} = -\frac{1}{2}$$

гэж олдоно. Энэ нь уг параболын тэгш хэмийн тэнхлэг болдог тул m нь хамгийн ихдээ $-\dfrac{1}{2}$ утга авна.

$\boxed{23.}$ $A(5, -3)$ цэгийг Ox тэнхлэгийн хувьд тэгш хэмтэй хувиргахад B цэг, харин координатын эх дээр төвтэй цагийн зүүний эсрэг 90° эргүүлэлтээр хувиргахад C цэг үүсэв. Үүссэн $\triangle ABC$ гурвалжны талбайг олоорой.

A. 12 B. 6 C. 10 D. 18 E. 9

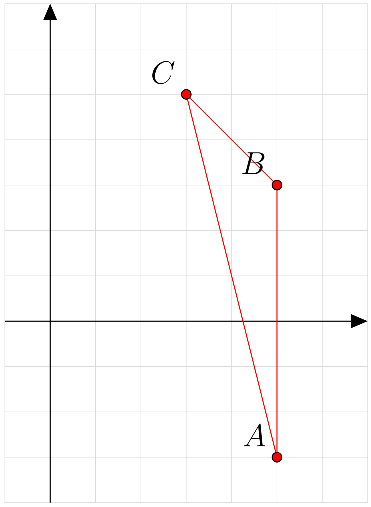
Бодолт. Эхлээд B цэгийн координатыг ольё. Мэдээж, Ox тэнхлэгийн хувьд тэгш хэмтэй хувиргах матриц нь $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ байдаг тул B цэг нь

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$$

гэж гарна. Харин, координатын эх дээр төвтэй цагийн зүүний эсрэг 90° эргүүлэлтээр хувиргах матриц нь $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ байдаг тул C цэг нь

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

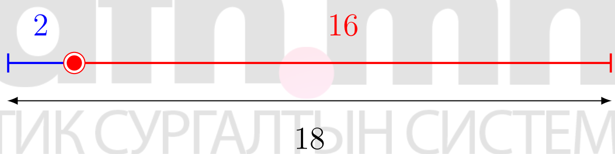
болно. Энэ цэгүүдээ координатын хавтгай дээр тэмдэглээд ABC гурвалжны талбайг олвол $S_{ABC} = 6$ байна.



$\boxed{24.}$ Сурагчдыг хэсэг ширээнд 5, 5-р суулгавал сүүлийн ширээнд 2 хүн дутна. Харин 2, 2-р нь суулгавал 16 хүн илүү гарна. Хэдэн сурагч байгаа вэ?

A. 36 B. 20 C. 48 D. 28 E. 24

Бодолт. Дутсан сурагчийн тоог цэнхэр өнгөөр тодруулъя. Харин илүү гарсан сурагчийн тоог улаан өнгөөр тодруулав.



Энэ зөрүү $2 + 16 = 18$ болно. Энэ нь ширээ бүрд $5 - 2 = 3$ сурагчийн зөрүү гарснаас болно. Иймд ширээний тоо нь $18 : 3 = 6$ гэж гарна. Харин сурагчдын тоо нь

$$5 \cdot 6 - 2 = 28$$

байна.

$\boxed{25.}$ Адил хажуут ABC гурвалжны $|AB| = |BC| = 11$ ба суурийн өнцөг нь $\frac{\pi}{4}$ бол гурвалжны талбайг олоорой.

A. 38.5 B. 42 C. 66 D. 65.5 E. 60.5

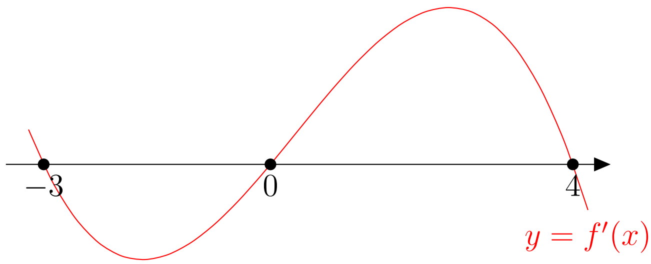
Бодолт. Адил хажуут гурвалжны суурийн өнцөг $\frac{\pi}{4} \sim 45^\circ$ тул орой дахь өнцөг нь $180^\circ - 2 \cdot 45^\circ = 90^\circ$ байна. Иймд гурвалжны талбай нь

$$S = \frac{1}{2}|AB| \cdot |BC| \cdot \sin 90^\circ =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 11 \cdot 11 \cdot 1 = \frac{121}{2}.$$

$\boxed{26.}$ $f'(x)$ функцийн график өгөгдөв. Тэгвэл $f(x)$ функцийн өсөх завсрыг тодорхойл.

A. $(-3, 4)$ B. $(-3, 0) \cup (4, \infty)$ C. $(-2, 3)$
D. $(-\infty, -3) \cup (4, \infty)$ E. $(-\infty, -3) \cup (0, 4)$



Бодолт. $f'(x)$ функцийн графикаас $(-3, 0) \cup (4, \infty)$ завсарт $f'(x) < 0$ байгаа тул $f(x)$ функц уг завсарт буурна. Мэдээж, $(-\infty, -3) \cup (0, 4)$ завсарт $f'(x) > 0$ байгаа тул $f(x)$ функц уг завсарт өснө. Эндээс $f(x)$ функцийн экстремумын цэгүүд -3, 0, 4 бөгөөд 0 нь минимум цэг болно. -3 ба 4 нь максимум цэгүүд болно.

$(-\infty, -3)$	-3	$(-3, 0)$	0	$(0, 4)$	4	$(4, \infty)$
$f'(x) > 0$		$f'(x) < 0$		$f'(x) > 0$		$f'(x) < 0$
	max		min		max	

$\boxed{27.}$ $(c^8 - 2c^6)^3$-н биномын задаргааны c^{22}-г агуулсан гишүүний өмнөх коэффициентийг олоорой.

A. -2 B. 6 C. 3 D. -6 E. -3

Бодолт. $(a + b)^k$-н биномын задаргааны $k + 1$-р гишүүн

$$t_{k+1} = \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

томьёогоор тодорхойлогдоно. Энд, $\binom{n}{k} = C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$ хэсэглэлийн томьёо. Бид c^{22}-г агуулсан гишүүний дугаарыг мэдэхгүй байгаа тул $k + 1$-р гишүүн гэж үзээд дээрх томьёог ашиглавал

$$t_{k+1} = \binom{3}{k} (c^8)^{3-k} (-2c^6)^k =$$

$$= (-2)^k \binom{3}{k} c^{24-8k} c^{6k} = (-2)^k \binom{3}{k} c^{24-2k}$$

болно. $(-2)^k \binom{3}{k}$ нь бидний олох коэффициент. Гэвч k-г мэдэхгүй байгаа тул эцсийн байдлаар гаргах боломжгүй. Иймд k-г олъё. Ингэхийн тулд c-н зэргүүдийг тэнцүүлвэл

$$22 = 24 - 2k \Rightarrow k = 1$$

гэж олдоно. Эндээс бидний олох хариу

$$(-2)^{k}\binom{3}{k} = (-2)^{1}\binom{3}{1} = -2 \cdot \frac{3!}{2! \cdot 1!} = -6$$

байна.

$\boxed{28.}$ $|x+4| + |x+7| = 7$ тэгшитгэлийн шийдүүдийн нийлбэрийг ол.

A. -9 B. -11 C. -18 D. 18 E. -2

Бодолт. Эхлээд хугарлын цэгүүдийг олох ёстой. Ингэхийн тулд модул доторх илэрхийллүүдийг тэгтэй тэнцүүлнэ.

$$x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4$$

$$x + 7 = 0 \Rightarrow x = -7$$

Эдгээр хугарлын цэгүүдээр тоон шулуун $(-\infty; -7)$, $[-7; -4]$ ба $(-4; \infty)$ завсруудад хуваагдана. Энэ завсрууд дээр тус бүрд нь салгаж бодьё.

1. $(-\infty; -7)$ засвар дээр

$$x + 4 < 0 \Rightarrow |x + 4| = -x - 4$$

$$x + 7 < 0 \Rightarrow |x + 7| = -x - 7$$

байх тул өгөгдсөн тэгшитгэл

$$-x - 4 - x - 7 = 7 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2x - 11 = 7 \Rightarrow x = -9$$

болно. $x = -9$ шийд нь $(-\infty; -7)$ завсартаа орж байгаа тул шийд мөн.

2. $[-7; -4]$ засвар дээр

$$x + 4 < 0 \Rightarrow |x + 4| = -x - 4$$

$$x + 7 > 0 \Rightarrow |x + 7| = x + 7$$

байх тул өгөгдсөн тэгшитгэл

$$-x - 4 + x + 7 = 7 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3 = 7$$

буюу худлаа тэнцэтгэл гарч байгаа тул уг завсарт шийд байхгүй.

3. $(-4; \infty)$ засвар дээр

$$x + 4 > 0 \Rightarrow |x + 4| = x + 4$$

$$x + 7 > 0 \Rightarrow |x + 7| = x + 7$$

байх тул өгөгдсөн тэгшитгэл

$$x+4+x+7=7 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x+11=7 \Rightarrow x=-2$$

болно. $x=-2$ шийд нь $(-4;\infty)$ завсартаа орж байгаа тул шийд мөн.

Эцсийн шийд нь $x_1=-9$ ба $x_2=-2$.

$\boxed{29.}$ 1, 1, 3, 4, 5, 6, 8 урттай 7 хэрчмээс таамгаар гурван хэрчим сонгоход гурвалжин үүсэх магадлалыг тооцоол.

A. $\frac{8}{35}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{3}{28}$ E. $\frac{13}{42}$

Бодолт. Нийт 7 хэрчмээс гурван хэрчим сонгох боломжийн тоо

$$C_7^3=\frac{7!}{3!\cdot(7-3)!}=35$$

байна. Харин сонгогдсон гурван хэрчим гурвалжны талууд байхын тулд гурвалжны тэнцэтгэл бишийг биелүүлэх ёстой. Шууд шалгавал

$$3,\ 4,\ 5$$

$$3,\ 4,\ 6$$

$$3,\ 5,\ 6$$

$$3,\ 6,\ 8$$

$$4,\ 5,\ 6$$

$$4,\ 5,\ 8$$

$$4,\ 6,\ 8$$

$$5,\ 6,\ 8$$

8 ширхэг хос гарна. Эндээс бидний олох магадлал

$$P(A)=\frac{8}{35}$$

байна.

$\boxed{30.}$ Дараах тэнцэтгэлийн хувьд $3A+B$ илэрхийллийн утгыг ол.

$$\frac{10x-13}{x^2-3x+2}=\frac{A}{x-1}+\frac{B}{x-2}$$

A. 34 B. 16 C. -14 D. 10 E. 30

Бодолт. Хуваарийг үржигдэхүүн болгон задалвал $x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$ байна. Иймд өгөгдсөн бутархай илэрхийлэл

$$\frac{10x-13}{x^2-3x+2}=\frac{10x-13}{(x-1)(x-2)}=$$

$$=\frac{A}{x-1}+\frac{B}{x-2}$$

болж задрах ёстой. A, B-г олохын тулд сүүлийн илэрхийлэлд ерөнхий хуваарь өгье.

$$\frac{\overset{x-2}{A}}{x-1}+\frac{\overset{x-1}{B}}{x-2}=\frac{Ax-2A+Bx-B}{(x-1)(x-2)}=$$

$$=\frac{(A+B)x+(-2A-B)}{(x-1)(x-2)}$$

болно. Өөрөөр хэлбэл, тодорхойлогдох мужийн дурын $x\in\mathbb{R}$ тооны хувьд

$$\frac{10x-13}{x^2-3x+2}=\frac{(A+B)x+(-2A-B)}{(x-1)(x-2)}$$

байх ёстой тул бутархай тус бүрийн хүртвэрт байгаа олон гишүүнтүүд тэнцүү байна. Эндээс x-н өмнөх коэффициентүүд хоорондоо тэнцүү, сул гишүүнд нь бас хоорондоо тэнцэх ёстой. Үүнийг систем болгон бичвэл

$$\begin{cases}A+B=10\\-2A-B=-13\end{cases}$$

болно. Уг системийг бодвол $A=3,\ B=7$ гэж гарна. Ингээд $3A+B=3\cdot3+7=16$ байна.

$\boxed{31.}$ $2\sqrt{3}\sin^2x+13\sin x-8\sqrt{3}=0$ тэгшитгэлийг бод.

A. $(-1)^k\cdot\frac{\pi}{6}+\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$ B. $(-1)^{k+1}\cdot\frac{\pi}{3}+\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$
C. $(-1)^k\cdot\frac{\pi}{4}+\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$ D. $(-1)^k\cdot\frac{\pi}{3}+\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$
E. $(-1)^k\cdot\frac{\pi}{3}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$

Бодолт. $\sin x=a$ гэж орлуулвал $2\sqrt{3}a^2+13a-8\sqrt{3}=0$ квадрат тэгшитгэл үүсэх бөгөөд

$$a_{1,2}=\frac{-13\pm\sqrt{169+4\cdot2\sqrt{3}\cdot8\sqrt{3}}}{2\cdot2\sqrt{3}}=$$

$$=\frac{-13\pm\sqrt{361}}{4\sqrt{3}}=\frac{-13\pm19}{4\sqrt{3}}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}a=\frac{\sqrt{3}}{2}\\a=-\frac{8\sqrt{3}}{3}\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}\\\sin x=-\frac{8\sqrt{3}}{3}\end{array}\right.$$

болно. Мэдээж, хоёрдугаар тэгшитгэл шийдгүй. Нэгдүгээр тэгшитгэлийн шийд нь

$$x = (-1)^k \arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \pi k =$$

$$= (-1)^k \cdot \frac{\pi}{3} + \pi k,\ k \in \mathbb{Z}.$$

$\boxed{32.}$ 15 ширхэг a үсэг, 6 ширхэг c үсэг байв. Эдгээрийг эгнүүлэн тавихад хоёр c үсэг зэрэгцэж ороогүй байх боломжийн тоо хэд вэ?

A. 5005 B. 11440 C. 8008 D. 3003 E. 3432

Бодолт. Бүх c-н гол ядаж нэг a үсэг байх ёстой.

$$\underbrace{\ldots}_{1} ca \underbrace{\ldots}_{2} ca \underbrace{\ldots}_{3} ca \underbrace{\ldots}_{4} ca \underbrace{\ldots}_{5} ca \underbrace{\ldots}_{6} c \underbrace{\ldots}_{7}$$

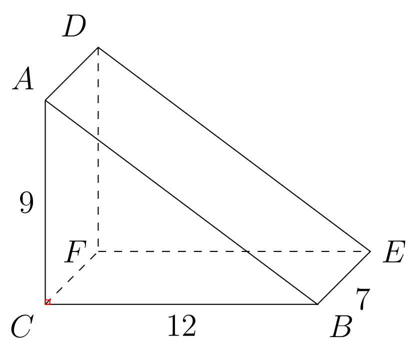
Үлдсэн 10 ширхэг a үсгээ дээрх 7 ширхэг хоосон зайд хэдэн янзаар байрлуулж болохыг давталттай сэлгэмэлээр бодвол

$$\frac{16!}{6! \cdot 10!} = 8008$$

болно.

$\boxed{33.}$ Тэгш өнцөгт гурвалжин суурьтай $ABCDEF$ призмийг зурагт үзүүлэв. Хэрэв $AC = 9$см, $CB = 12$см, $BE = 7$см бол призмийн бүтэн гадаргуугийн талбайг ол.

A. 300 B. 320 C. 360 D. 380 E. 390



Бодолт. ABC тэгш өнцөгт гурвалжны хувьд пифагорын теорем бичвэл $AB = \sqrt{AC^2 + CB^2} = 15$ тул

$$S_{ADEB} = 7 \cdot 15 = 105$$

$$S_{ABC} = 54$$

$$S_{ADFC} = 9 \cdot 7 = 63$$

$$S_{CFEB} = 12 \cdot 7 = 84$$

байна. Ингээд бүтэн гадаргуугийн талбай

$$S = 2 \cdot S_{ABC} + S_{ADEB} + S_{ADFC} + S_{CFEB} =$$

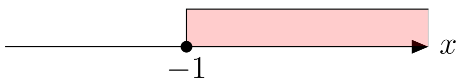
$$= 108 + 63 + 84 + 105 = 360$$

$\boxed{34.}$ $A = \{x \mid -1 - x \leq 0\}$, $B = \{x \mid x^2 + b \leq 0\}$ олонлогууд өгөгдсөн. Хэрэв $A \cup B = \{x \mid x \geq -5\}$, $A \cap B = \{x \mid -1 \leq x \leq 5\}$ бол b тоог ол.

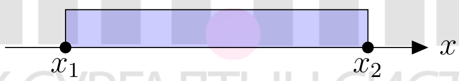
A. -25 B. 5 C. -5 D. 16 E. -9

Бодолт. A олонлогийг тоон шулуун дээр дүрслэвэл

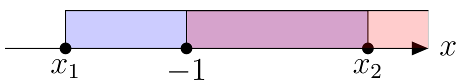
$$-1 - x \leq 0 \Rightarrow x \geq -1$$



Одоо B олонлогийн тухай авч үзье. $x^2 + b = 0$ тэгшитгэлийн шийдүүдийг x_1, x_2 гэвэл $x^2 + b \leq 0$ тэнцэтгэл бишийн шийдийн олонлог нь $x_1 \leq x \leq x_2$ буюу тоон шулуун дээр



гэж дүрслэгдэнэ. Эдгээр олонлогуудыг нэг тоон шулуун дээр дүрслэвэл



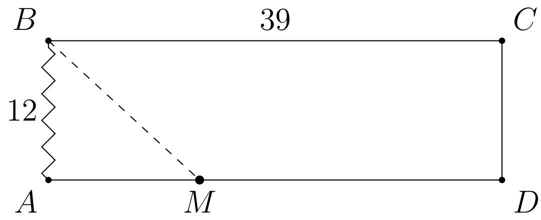
бөгөөд $A \cup B = \{x \mid x \geq -5\}$ олонлог нь ядаж нэг өнгөөр будагдсан хэсгийг илэрхийлнэ. Эндээс $x_1 = -5$ гэж олдоно. Харин $A \cap B = \{x \mid -1 \leq x \leq 5\}$ олонлог нь улаан, хөх өнгүүд давхцсан хэсгийг илэрхийлэх ёстой тул $x_2 = 5$ гэж гарна. Эндээс Виетийн теоремоор

$$b = x_1 x_2 = -25$$

байна.

$\boxed{35.}$ $ABCD$ тэгш өнцөгт хэлбэртэй цөөрмийн B цэгт завьтай хүн байв. Завьчин D цэгт очихоор тэмүүлжээ. Завь 3 км/ц хурдтай хөвөх бөгөөд завьнаасаа буугаад 5 км/ц хурдтай алхадаг. Хэрэв $AB = 12$ км, $AD = 39$ км бол AD хэрчмийн аль цэг дээр завиа орхиод алхаж D цэгт хүрэхэд нийт зарцуулсан хугацаа хамгийн багадаа хэд байх вэ? A-с B рүү алхах боломжгүй.

A. 8 B. 9 C. 10 D. 11 E. 11.5



Бодолт. B цэгээс x зайд орших M цэг хүртэл завиар яваад M цэгээс D хүртэл алхаж явах тохиолдолд ямар хугацаа зарцуулахыг тооцоольё. Пифагорын теоремоор $BM = \sqrt{x^2+12^2} = \sqrt{x^2+144}$ ба $MD = 39 - x$ байх тул нийт зарцуулах хугацаа нь x-ээс хамаарсан

$$T(x) = \frac{\sqrt{x^2+144}}{3} + \frac{39-x}{5}$$

функцээр илэрхийлэгдэнэ. Энэ функцийн $0 \le x \le 39$ завсар дахь хамгийн бага утгыг олох хэрэгтэй. Уг функцээс уламжлал аваад тэгтэй тэнцүүлвэл

$$T'(x) = \frac{x}{3\sqrt{x^2+144}} - \frac{1}{5} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5x = 3\sqrt{x^2+144} \Rightarrow 16x^2 = 1296 \Rightarrow$$

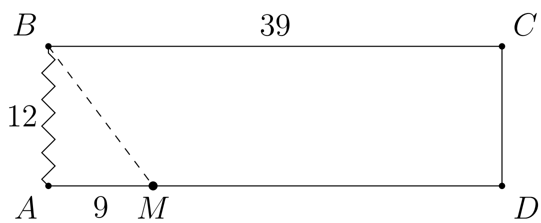
$$\Rightarrow x = 9$$

гэж гарна. $0 < x \le 39$ завсар дээрх хамгийн бага утгыг олохын тулд $T(9)$, $T(39)$ утгуудыг олъё.

$$T(9) = 11 \text{ цаг}$$

$$T(39) = \sqrt{185} \approx 13.6 \text{ цаг}$$

гэж гарна. Эдгээрийн хамгийн бага нь буюу $T(9) = 11$ цаг нь хамгийн бага хугацаа болно.



$\boxed{36.}$ $\int (9x+7)\sqrt{3x+11}dx$ тодорхой бус интегралыг бодоорой.

A. $\frac{3}{5}\sqrt{3x+11}^5 - \frac{14}{3}\sqrt{3x+11}^3 + c$ B. $\frac{2}{5}\sqrt{3x+11}^5 - \frac{52}{9}\sqrt{3x+11}^3 + c$

C. $\frac{1}{3}\sqrt{3x+11}^6 + \frac{52}{9}\sqrt{3x+11}^3 + c$ D. $-\frac{2}{5}\sqrt{3x+11}^5 - \frac{14}{9}\sqrt{3x+11}^3 + c$

E. $-\frac{1}{6}\sqrt{3x+11}^5 - \frac{52}{9}\sqrt{3x+11}^3 + c$

Бодолт. $\sqrt{3x+11} = t$ гэж орлуулъя. Энэ тэнцэтгэлийн хоёр талыг квадрат зэрэг дэвшүүлвэл $3x + 11 = t^2 \Rightarrow x = \frac{t^2-11}{3}$ болох бөгөөд $dx = d\frac{t^2-11}{3} = \frac{2}{3}t$ болно. Эдгээрийг өгөгдсөн интегралдаа орлуулвал

$$\int (9x+7)\underbrace{\sqrt{3x+11}}_{t}\,dx =$$

$$= \int \left(9\cdot\frac{t^2-11}{3}+7\right)\cdot t\cdot \underbrace{\frac{2}{3}tdt}_{dx} =$$

$$= \frac{2}{9}\int (9t^2-78)t^2dt = \frac{2}{9}\int \left(9t^4-78t^2\right)dt =$$

$$= \frac{2}{5}t^5 - \frac{52}{9}t^3 + c =$$

$$= \frac{2}{5}\sqrt{3x+11}^5 - \frac{52}{9}\sqrt{3x+11}^3 + c$$

болно.

2-р хэсэг

$\boxed{2.1.}$ $x^2+3ax \le 0$ тэнцэтгэл бишийг шийд нь $a > \boxed{\text{a}}$ үед $x \in [-\boxed{\text{b}}a, \boxed{\text{c}}]$ байна. $a = \boxed{\text{d}}$ үед $x = \boxed{\text{e}}$ байна. $a < \boxed{\text{a}}$ үед $x \in [\boxed{\text{f}}, -\boxed{\text{g}}a]$ байна.

Бодолт. Тэнцэтгэл бишийн зүүн талаас x-г хаалтнаас гаргавал $x(x+3a) \le 0$ болно. Хугарлын цэгүүд нь $x = 0$, $x = -3a$ байх бөгөөд a-н тэмдгээс хамаарсан дараах гурван тохиолдолд сална.

Хэрэв $a > 0$ бол

$$x \in [-3a, 0]$$

Хэрэв $a = 0$ бол

$$x = 0$$

Хэрэв $a < 0$ бол

$$x \in [0, -3a]$$

$\boxed{2.2.}$ $f(x) = \frac{2x-2}{3x+7}$ ба түүний урвуу $y = f^{-1}(x)$ функцийн графикийн огтлолцлын цэгүүдийн хоорондох зайг олъё.

$y = f(x)$ функцийн урвууг олбол $f^{-1}(x) = -\frac{\boxed{\text{a}}x+\boxed{\text{b}}}{\boxed{\text{c}}x-\boxed{\text{d}}}$ гарна.

$f(x)$, $f^{-1}(x)$ функцийн графикийн огтлолцлын цэгүүдийн координат нь $A(-\boxed{\text{e}}, -\boxed{\text{e}})$; $B\left(-\frac{2}{\boxed{\text{f}}}, -\frac{2}{\boxed{\text{f}}}\right)$ гарах тул хоорондох зай нь $\frac{\sqrt{\boxed{\text{g}}}}{3}$ гарна.

Бодолт. Эхлээд урвуу функцийг олъё.

$$x = \frac{2y-2}{3y+7} \Rightarrow 3xy + 7x = 2y - 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y(3x-2) = -7x - 2 \Rightarrow y = -\frac{7x+2}{3x-2}$$

буюу $f^{-1}(x) = -\dfrac{7x+2}{3x-2}$ гэж олдоно. Одоо $f(x)$, $f^{-1}(x)$ функцүүдээ тэнцүүлээд шийдийг нь олвол $x_1 = -1$, $x_2 = -\dfrac{2}{3}$ гэж олдоно. Огтлолцлын цэгүүд $y = x$ шулуун дээр оршино гэдгээс $(-1, -1)$ ба $(-\dfrac{2}{3}, -\dfrac{2}{3})$ байна. $A(x_1, y_1)$ ба $B(x_2, y_2)$ цэгүүдийн хоорондох зай $AB = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$ томьёогоор олддог тул бидний олох зай

$$d = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

байна.

2.3. $f(x) = sx + t$, $g(x) = x + u$ функцийн хувьд $f(g(x)) = 2x - 2$, $f^{-1}(5) = 4$ нөхцөлүүд биелдэг бол s, t, u бодит тоонуудыг олъё. $f(g(x)) = 2x - 2$ нөхцөлөөс

$$\begin{cases} s = \boxed{\text{a}} \\ su + t = -\boxed{\text{b}} \end{cases}$$

гэж гарна. $f^{-1}(5) = 4$ нөхцөлөөс

$$\boxed{\text{c}}s + t = \boxed{\text{d}}$$

болно. Иймд $s = \boxed{\text{a}}$, $t = -\boxed{\text{e}}$, $u = \dfrac{\boxed{\text{f}}}{\boxed{\text{g}}}$ гэж олдоно. $(\boxed{\text{f}}, \boxed{\text{g}}) = 1$

Бодолт. $f(g(x)) = 2x - 2$ нөхцөлөөс

$$f(g(x)) = s \cdot g(x) + t =$$

$$= s(x+u) + t = \underbrace{s}_{2} x + \underbrace{su + t}_{-2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} s = 2 \\ su + t = -2 \end{cases} \Rightarrow 2u + t = -2$$

гэж гарна. Эхлээд $f^{-1}(x)$ функцийг олъё.

$$f(x) = sx + t \Rightarrow x = sf^{-1}(x) + t \Rightarrow$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x-t}{s}$$

болох бөгөөд $f^{-1}(5) = 4$ нөхцөлөөс

$$\frac{5-t}{s} = 4 \Rightarrow 4s + t = 5 \Rightarrow$$

$$t = 5 - 4s = -3$$

гэж гарна. Дээр олсон $2u + t = -2$ нөхцөлдөө орлуулвал

$$u = \frac{-2-t}{2} = \frac{1}{2}.$$

буюу $s = 2$, $t = -3$, $u = \dfrac{1}{2}$ гарна.

$\boxed{2.4.}$ 5, a_1, a_2, $\cdots$, a_m, 17, b_1, b_2, $\cdots$, b_n, 55 арифметик прогресс үүсгэдэг бол m, n-ийн хамаарлыг олъё.

Өгөгдсөн прогрессын ялгаврыг d гэе.

5, a_1, a_2, $\cdots$, a_m, 17 прогресс $m + \boxed{\text{a}}$ гишүүнтэй, ерөнхий гишүүн олох томьёо ашиглавал $d = \dfrac{\boxed{\text{bc}}}{m + \boxed{\text{d}}}$ болно.

Харин 17, b_1, b_2, $\cdots$, b_n, 55 прогресс $n + 2$ гишүүнтэй, ерөнхий гишүүн олох томьёо ашиглавал $d = \dfrac{3\boxed{\text{e}}}{n+1}$ болно. Иймд

$$\boxed{\text{3e}}\, m - \boxed{\text{1f}}\, n + \boxed{\text{2g}} = 0$$

хамааралтай гэж гарна.

Бодолт. 5, a_1, a_2, $\cdots$, a_m, 17 прогресс $m + 2$ гишүүнтэй. Ерөнхий гишүүний томьёогоор

$$17 = 5 + (m+1)d \Rightarrow d = \frac{12}{m+1}$$

болно. Харин 17, b_1, b_2, $\cdots$, b_n, 55 прогресс $n + 2$ гишүүнтэй бөгөөд ерөнхий гишүүний томьёогоор

$$55 = 17 + (n+1)d \Rightarrow d = \frac{38}{n+1}$$

гэж олдоно. Энэ олсон хоёр тэнцэтгэлээ тэнцүүлвэл

$$\frac{12}{m+1} = \frac{38}{n+1} \Rightarrow 12n + 12 = 38m + 38 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 38m - 12n + 26 = 0$$

хамааралтай гэж гарна.