

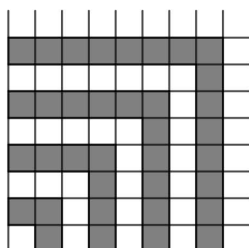
Бүлэг 1

Бодолтууд

V анги

Бодлого бүр 7 оноо | Бодох хугацаа: 120 минут

Бодлого 1. 50×50 хүснэгтийн зарим нүдийг хар өнгөөр дараах байдлаар будав. Нийт хар нүдний тоо, нийт цагаан нүдний тооноос хэдээр их вэ?



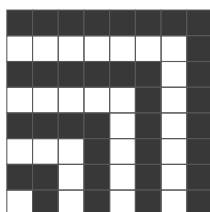
Бодолт: 50×50 хүснэгтийн гаднаас нь эхэлж, хамгийн дээд мөр болон баруун захын баганыг хараар буджээ. Ингэснээр Г хэлбэрийн хар хэсэг үүснэ. Дотор талд нь мөн адил цагаан, хар хэсгүүд ээлжилнэ.

Эхний хар Г хэсэгт $50 + 49 = 99$ нүд, дараагийн цагаан хэсэгт $49 + 48 = 97$ нүд байна. Тэгэхээр эхний хосын ялгаа

$$99 - 97 = 2 \text{ нүд.}$$

Дараагийн хар, цагаан хосын ялгаа ч 2 нүд. Нийт $50 : 2 = 25$ хос байгаа учир

$$25 \times 2 = \boxed{50}.$$



8×8 хэмжээтэй жишээ

Бодлого 2. Цифрүүдийн нийлбэр нь 7-д хуваагддаггүй натурал тоог “сайн” тоо гэе. Тэгвэл хамгийн олондоо хэдэн дэс дараалсан “сайн” тоо олдох вэ?

Бодолт: Нэг аравтын дотор тоонууд өсөхөд цифрүүдийн нийлбэр 1-ээр нэмэгдэнэ.

Иймээс нэг аравтын доторх дараалсан 7 тооны цифрийн нийлбэрүүдийн нэг нь заавал 7-д хуваагдана.

Харин 13 дараалсан тоо авбал нэг аравтын хүрээнд багтах 7 дараалсан тоо заавал олдоно. Тиймээс 13 буюу түүнээс олон дараалсан “сайн” тоо байх боломжгүй.

12 дараалсан сайн тооны жишээ: 994-өөс 1005 хүртэл. Цифрүүдийн нийлбэр нь

$$22, 23, 24, 25, 26, 27, 1, 2, 3, 4, 5, 6.$$

Энд 7-д хуваагдах тоо алга. Иймд 12 тоо.

Бодлого 3. 1, 2, 3, 4 цифрүүдийг ашиглан хоёроос бага цифр дор хаяж 1 удаа, гурваас бага цифр дор хаяж 2 удаа, дөрвөөс бага цифр дор хаяж 3 удаа оролцсон байхаар хэдэн дөрвөн оронтой тоо зохиож болох вэ?

Бодолт: Дөрвөн оронтой тоонд 1, 2, 3, 4 цифрүүдийг хэрэглэнэ (давтаж болно). Нөхцөл ёсоор ядаж нэг 1, 1 эсвэл 2 гэсэн ядаж хоёр цифр, мөн 4 цифр хамгийн ихдээ нэг удаа орсон байна.

4 цифр ороогүй бол: 1, 2, 3-аас бүтэх бүх $3^4 = 81$ тооноос

- 1 цифргүй $2^4 = 16$ тоог,
- зөвхөн нэг 1, бусад нь 3 байх 4 тоог хасна.

Ийм тоо: $81 - 16 - 4 = 61$.

4 цифр нэг удаа орсон бол: Түүнийг байрлуулах 4 арга бий. Бусад 3 оронд 1, 2, 3-аас бичихдээ 1 цифргүй $2^3 = 8$ тохиолдол, зөвхөн нэг 1, бусад нь 3 байх 3 тохиолдлыг хасна.

$$4(3^3 - 2^3 - 3) = 4 \times 16 = 64.$$

Иймд нийт $61 + 64 = \boxed{125}$ тоо.

Тайлбар: Нийт бодолтыг 5-р ангийн түвшинд тохируулж хялбарчилсан.

Бодлого 4. A нь гурван оронтой тоо. A тооны цифрүүдийн нийлбэрийг B , харин A тооны цифрүүдийн үржвэрийг C гэж тэмдэглэе. Тэгвэл $A = B \cdot C$ байх бүх A тоог ол.

Бодолт: Гурван оронтой тоог $N = \overline{abc}$, цифрүүдийн нийлбэрийг $S = a + b + c$, үржвэрийг $P = abc$ гэе. Өгсөн нөхцөл

$$N = S \times P.$$

1. Цифрүүдийг хязгаарлая. Үржвэр 0 байж болохгүй тул гурван цифр бүгд 1-ээс 9 хүртэл байна. Тэднийг багаас нь $x \leq y \leq z$ гэж тэмдэглэвэл

$$100 \leq xyz(x + y + z) \leq 999.$$

Хэрэв $x \geq 5$ бол $xyz(x + y + z) \geq 5^3 \times 15 > 999$. Иймээс x зөвхөн 1, 2, 3, 4-ийн нэг байна.

2. Шалгах тохиолдлуудыг цөөрүүлэе.

Гурван оронтой тооноос цифрүүдийн нийлбэрийг нь хасвал 9-д хуваагдана:

$$N - S = 9(11a + b). \quad N = SP \quad \Rightarrow \quad S(P - 1) = 9(11a + b).$$

Тэгэхээр $S(P - 1)$ заавал 9-д хуваагдах ёстой. Энэ нөхцөл болон $100 \leq SP \leq 999$ -ийг хангах, $x \leq y \leq z$ байх боломжуудыг дараах жижиг хүснэгтэд нэгтгэв.

Цифрүүд	S	P	$S \times P$	Цифрүүд таарах уу?
1, 2, 6	9	12	108	Үгүй
1, 3, 5	9	15	135	Тийм
1, 4, 4	9	16	144	Тийм
1, 4, 7	12	28	336	Үгүй
1, 7, 7	15	49	735	Үгүй
2, 2, 5	9	20	180	Үгүй
2, 2, 7	11	28	308	Үгүй
2, 3, 4	9	24	216	Үгүй
2, 4, 8	14	64	896	Үгүй
3, 3, 3	9	27	243	Үгүй
4, 4, 4	12	64	768	Үгүй

3. Үлдсэн хоёр тоог шалгая.

$$135 = (1 + 3 + 5)(1 \times 3 \times 5) = 9 \times 15,$$

$$144 = (1 + 4 + 4)(1 \times 4 \times 4) = 9 \times 16.$$

Хоёулаа нөхцөлийг хангана. Бусад мөрийн үржвэрийн цифрүүд анх сонгосон гурван цифртэй таарахгүй.

135, 144